

**ВТОРО КОНТРОЛНО СЪСТЕЗАНИЕ  
НА РАЗШИРЕНИЯ НАЦИОНАЛЕН ОТБОР  
ЯМБОЛ, 5 МАЙ, 2019 Г.  
ГРУПА А**

**Задача АК1. СЕРИЙНИ МАГИЧЕСКИ КВАДРАТИ**

22	1	2	15	42	47	46
5	23	10	12	41	39	45
21	20	24	19	32	30	29
36	34	33	25	17	16	14
43	37	18	31	26	13	7
44	11	40	38	9	27	6
4	49	48	35	8	3	28

„Магически квадрати“ наричаме квадратни таблици, в които са записани числа, така че сумата от елементите във всеки ред, във всеки стълб и по двата диагонала е равна на едно и също число („магическа константа“). Известни са много примери за такива квадрати. Ние ще дефинираме един много интересен подклас, наречен „сериен магически квадрати“.

Нека е дадено *нечетното* естествено число  $n$ . Ще казваме, че числовият квадрат с  $n$  реда и  $n$  колони е *сериен магически квадрат*, ако:

- в него са записани всички цели числа от 1 до  $n^2$  включително;
- те образуват магически квадрат;
- след отстраняване на рамката от гранични квадратчета (външната рамка), оставащият квадрат със страна  $n-2$  също е магически;
- като продължаваме с премахването на външни рамки, получаваме все магически квадрати, чак до централното квадратче, което,

разбира се, е тривиален магически квадрат.

На фигурата е показан сериен магически квадрат за  $n = 7$ . Магическата константа на големия квадрат  $7 \times 7$  е 175, на по-малкия ( $5 \times 5$ , получен след отстраняването на сивата външна рамка) е 125, на следващия ( $3 \times 3$ ), получен по аналогичен начин от предишния ( $5 \times 5$ ) е 75, а последният е централното квадратче със стойност 25.

Създаването на сериен магически квадрат „на ръка“ не изглежда никак лесна работа. Напишете програма **magsq**, която създава магически квадрат, който притежава свойството „сериеност“ в колкото може по-голяма степен (вижте принципите на оценяване).

**Вход**

От стандартния вход се въвежда един ред, съдържащ само нечетното естествено число  $n$ .

**Изход**

Програмата трябва да изведе на стандартния изход  $n$  реда с по  $n$  естествени числа, разделени с интервал: магически квадрат, който притежава свойството „сериеност“ в колкото може по-голяма степен.

**Ограничения**

$n$  е нечетно число, не по-голямо от 200.

**Оценяване**

Изведеният резултат със сигурност **не получава** точки:

- ако не съдържа всички числа от 1 до  $n^2$ , наредени в  $n$  реда по  $n$  числа, разделени с интервал;
- ако не представлява магически квадрат.

В противен случай тестовият пример със сигурност получава 10% от предвидените за него точки. Останалите 90% от точките, предвидени за дадения тест, се дават в зависимост от това, колко от описаните вложени квадрати със страни  $n-2$ ,  $n-4$ , ..., 3 са магически, т.е., от близостта на изведеното решение до истински сериен магически квадрат от ред  $n$ . При тези предпоставки, ако предвидените точки са  $X$ , а броят на установените вложени магически квадрати (без началния и тривиалния) е  $k$ , резултатът се получава като  $X \cdot (0,1 + 1,8 \cdot k / (n-3))$ . Резултатът се получава с точност един знак след десетичната точка.

**Пример**

**Вход**

7

**Изход**

22 1 2 15 42 47 46  
 5 23 10 12 41 39 45  
 21 20 24 19 32 30 29  
 36 34 33 25 17 16 14  
 43 37 18 31 26 13 7  
 44 11 40 38 9 27 6  
 4 49 48 35 8 3 28

**ВТОРО КОНТРОЛНО СЪСТЕЗАНИЕ  
НА РАЗШИРЕНИЯ НАЦИОНАЛЕН ОТБОР  
ЯМБОЛ, 5 МАЙ, 2019 Г.  
ГРУПА А**

**Задача АК2. ПРЕСТРУКТУРИРАНЕ**

След като Дени намери с Ваша помощ броя топологични сортировки на фирмата „Дени Монопол“, постъпи нова задача за нея. Ръководството на фирмата имало известни моменти на благоразумие и променило странната организационна структура, обръщайки гръб на най-съвременните методи на управление. Сега фирмата представлява кореново дърво с  $N$  служителя, номерирани с числата от 1 до  $N$  и шеф на фирмата е служител с номер 1. Ръководството обаче не е съвсем доволно от сегашния резултат, затова възлага на Дени да промени текущата структура на фирмата. *Под началници на служител ще разбираме преки и непреки началници, а под подчинени на служител също ще разбираме преки и непреки подчинени.* Това, което прави Дени, е да променя прекия началник на даден служител на друг служител, разбира се без да прави абсурдни ситуации (като например прекия началник на служител да стане самият той или някой негов подчинен). *Служителят, който получава нов началник, запазва старите си подчинени (ако има такива) със съответната йерархия между тях.* За да оцени какво е направила, тя пита за двама служители кой е най-близкият им общ началник. Разбира се, че този подход на промяна не дава искания резултат веднага, затова тя прави  $Q$  запитвания и промени (наричани общо заявки).

Напишете програма **restructuring**, която изпълнява заявките на Дени.

**Вход**

От първия ред на стандартния вход се въвежда цяло положително число  $N$  – броя служители. От следващите  $N-1$  реда се въвеждат по две **различни** цели числа  $x$  и  $y$ , които показват, че служителят с номер  $x$  е пряк началник на служителя с номер  $y$  (съответно  $y$  е пряк подчинен на  $x$ ). От следващия ред се въвежда цяло положително число  $Q$  – броят заявки. От последните  $Q$  реда се въвеждат заявки от два вида:

- вид 1 (заявка за промяна):  $1 \ y \ x$  –  $x$  става новия пряк началник на  $y$ . В тази заявка винаги  $x \neq y$  и  $x$  **не е подчинен** на  $y$  преди изпълнението ѝ.
- вид 2 (заявка - запитване):  $2 \ x \ y$  – трябва да се намери най-близкият (по йерархията) общ началник на  $x$  и  $y$ . Всеки служител се приема за началник на самия себе си и, поради това, в този вид заявки може да се срещнат такива, в които  $x = y$  или  $x$  и  $y$  се намират в отношение на подчинение.

**Изход**

За всяка заявка от вид 2 (заявка - запитване) програмата трябва да извежда по едно число на ред – номера на служителя, който се явява отговорът.

**Ограничения**

- ♣  $1 \leq N, Q \leq 100000$

**ВТОРО КОНТРОЛНО СЪСТЕЗАНИЕ  
НА РАЗШИРЕНИЯ НАЦИОНАЛЕН ОТБОР  
ЯМБОЛ, 5 МАЙ, 2019 Г.  
ГРУПА А**

**Подзадачи**

Подзадача	Точки	$N, Q$	Други ограничения
1	10	$\leq 10^4$	Няма допълнителни ограничения.
2	25	$\leq 10^5$	При промяна на прекия началник на $u$ на $x$ , $x$ има същите началници като в началото, а в подчинените на $u$ има само служители, които са били и в началото. <i>„В началото“ означава преди да са направени каквито и да са промени със заявки от вид 1.</i>
3	30	$\leq 5 \cdot 10^4$	Няма допълнителни ограничения.
4	35	$\leq 10^5$	Няма допълнителни ограничения.

Точките за дадена подзадача се получават, когато преминат успешно всички тестове за нея.

**Пример**

Вход	Изход
5	1
1 2	5
1 3	1
2 4	3
2 5	2
8	3
2 4 3	
2 5 5	
2 1 2	
1 2 3	
2 4 3	
2 4 5	
1 4 3	
2 4 5	

**ВТОРО КОНТРОЛНО СЪСТЕЗАНИЕ  
НА РАЗШИРЕНИЯ НАЦИОНАЛЕН ОТБОР  
ЯМБОЛ, 5 МАЙ, 2019 Г.  
ГРУПА А**

**Задача АК3. КОМПРОМИС**

Лора и Крускал са назначени за съуправители на транспортната мрежа на държава, чието име е класифицирано. Въпросната мрежа се състои от  $N$  града, номерирани с числата от 1 до  $N$ , свързани с  $M$  двупосочни пътя. Всичките пътища обаче са второкласни, докато хората искат да карат по първокласни пътища. Затова управителите решили, че е време някои от пътищата да бъдат превърнати в първокласни такива. За целта е изготвен един дълъг свитък, който представлява списък с всички пътища в държавата, като за всеки е дадено между кои два града е, както и колко време в месеци би отнел строежът по него, за да стане първокласен.

Министерството на транспорта там е доста богато и затова не е проблем всички строежи да започнат едновременно. Сега им оставало само да изберат пътищата, които ще бъдат подобрени. Крускал би искал да се ремонтират такива пътища, че между всеки два града да може да се пътува само по първокласни пътища. От друга страна Лора я притеснява, че тогава строежите ще продължат много дълго. Дватамата много време обсъждали и накрая намерили справедлив начин да решат.

За целесъобразността от ремонта на дадено множество от пътища, оценката на Лора е най-дългото време, което ремонтът на някой от пътищата в множеството ще отнеме. Оценката на Крускал пък е броят свързани компоненти в графа *състоящ се от  $N$ -те града и множеството от избрани пътища*. Естествено, всеки иска да минимизира своята оценка, но като компромис се разбрали да вземат производението на двете оценки и да минимизират него.

За жалост от толкова обсъждане не им остава никакво време да подготвят внимателно списък с пътища, които искат да бъдат превърнати в първокласни, и да го пратят към строителната компания. Те само имат време да вземат дългия свитък с първоначалния списък на всички пътища, от него да отрежат един *непразен, непрекъснат* сегмент и него да изпатрат.

Помогнете им, като бързо напишете програма **compromise**, която чете списъка от пътища и им казва колко е минималната възможна стойност на избраната компромисна оценка при отрязване на един от всичките възможни непразни, непрекъснати сегменти от списъка с всички пътища.

**Вход**

От първия ред на стандартния вход се въвеждат две цели числа  $N$  и  $M$  – броят градове и броят пътища. От всеки от следващите  $M$  реда се въвеждат по три цели числа,  $u_i$ ,  $v_i$  и  $t_i$  – номерата на двата града, които  $i$ -тият път от списъка свързва, последвани от времето, което ремонтът му би отнел.

**Изход**

На първия ред на стандартния изход трябва да изведете едно цяло число – минималната стойност на компромисната оценка между Лора и Крускал.

**Ограничения**

$$1 \leq N, M \leq 500\,000$$

$$1 \leq u_i, v_i \leq N$$

$$1 \leq t_i \leq 10^{12}$$

$$t_i \neq t_j \text{ за } i \neq j$$

*Обърнете внимание: графът не е задължително свързан и може да съдържа примки и повече от един път между едни и същи два града.*

**ВТОРО КОНТРОЛНО СЪСТЕЗАНИЕ  
НА РАЗШИРЕНИЯ НАЦИОНАЛЕН ОТБОР  
ЯМБОЛ, 5 МАЙ, 2019 Г.  
ГРУПА А**

**Подзадачи и оценяване**

За да получите точките за дадена подзадача, решението Ви трябва успешно да премине всички тестове в нея.

**Подзадача 1 (11 точки):**  $N, M \leq 6\,500$

**Подзадача 2 (23 точки):**  $N, M \leq 20\,000$ ; Редът на големините на  $t$ -тата е произволно генериран. По-формално:  $t_i > t_j$ , когато  $p_i > p_j$ , където  $p$  е произволно генерирана пермутация на числата от 1 до  $M$ .

**Подзадача 3 (25 точки):**  $N, M \leq 100\,000$

**Подзадача 4 (41 точки):** без допълнителни ограничения

**Примерен тест**

Вход	Изход
6 9	20
3 3 4	
1 2 11	
4 5 6	
2 4 7	
3 6 9	
5 2 10	
2 1 5	
3 1 21	
1 4 8	

**Обяснение на примерния тест**

Оптималният сегмент се състои от следните пътища: 4-5, 2-4, 3-6, 5-2 и 2-1.

Строежът на 5-2 ще продължи най-дълго – 10 месеца.

Компонентите са две, първата е: 1, 2, 4 и 5, а втората е: 3 и 6.

Компромисната оценка на сегмента е равна на  $10 \times 2 = 20$ .